A. M. D. G.

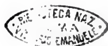
DE SITU TELLURIS

Exercitatio Geographica habenda

In Collegio Romano Societatis JESU

A PATRIBUS EJUSDEM SOCIETATIS

Anno 1725. Menſe Auguſto . Die Hora





ROMÆ, MDCCXXV.

Typis Komarek, in Via Cursûs prope Plateam Sciarræ.
Superiorum Facultate.

A. M. D. G.



EX quo ad excusanda Mercurii, Veneris, Martisque phænomena solidos Orbes confregit Tycho, & Cœlo deturbavit; mirum quantum incaluerit vetus dissidium de Telluris situ, quam Philosophorum alii in Mundi centro quiescentem volunt, alii omnem lapidem movent ut Planetis accenseant, qui circa Solem, & proprium axem convertuntur. Exercitationis Geographicæ gratiâ en novum argumentum ad Telluris quietem contra validissimos oppositæ sententiæ impetûs defendendam.

PROPOSITIO I.

PROBLEMA.

Corporis in girum acti vim centrifugam definire.

Experimento constat corpore A in girum acto circa centrum C tendi filum AC, cumque ad filum tendendum duplex vis requiratur, quarum alterâ mobile A nititur a centro recedere, alterâ recessus impeditur, primam vim *centrifugam*, secundam *centripetam*, vel *attractivam*, utramlibet indiscriminatim *centralem* recentioribus Geometris libuit appellare. Centro autem mobilis circumferentiam circuli describente oppositarum virium alteram alteri æquari necesse est, nam alterutrâ prævalente constans a centro motûs distantia minimè servaretur. Ergo determinatâ unius quantitate alterius quantitas innotescit. His positis quæritur quanta sit vis centrifuga corporis in circulo revoluti? Dico æquari quadrato velocitatis quâ mobile circumagitur diviso per diametrum circuli, quem describit. Probatur. Ductâ utcumque tangente AB, completoque rectangulo ABDE, si mobile A sollicitetur duplici impetu per AB, & per AE, quorum ratio ut AB ad AE, constat ex mechanicis fore, ut mobile concipiat motum ex utroque compositum decurrendo diametrum AD rectanguli ABDE velocitate AD. Ergo vis quâ retrahitur a motu per tangenté AB est AE. Sed *per 14. e 2.* rectangulũ FEA æquatur qua- *Vid. fig. 1.*

drato ED, additoque communiter quadrato EA rectangulum FAE *per* 47. *e* 1. æquatur quadrato ED, & divisione rectanguli FAE per FA resultat AE : Ergo etiam divisione æqualis quadrati AD per priorem divisorem resultabit eadem AE. Atqui hoc subsistit utcunque imminutis AB, AE donec chorda AD æquipolleat arcui, quem subtendit. Ergo vis centrifuga corporis circumacti æquatur quadrato velocitatis quâ elemento temporis elementum circumferentiæ, vel sumptis æquemultiplicibus dato tempore datum arcum circumferentiæ absolvit diviso per diametrum circuli, quem describit.

Corollarium.

Inæqualium mobilium virtutes motrices variantur tam pro diversâ velocitate, quam pro diversâ mobilium mole, densitate, & mediorum permeandorum resistentiâ. Ergo, si motu circulari incitentur, ipsorum virtutes centrifugæ erunt in compositâ ratione molis, densitatis, resistentiæ medii, & quadrati velocitatis divisi per diametrum circuli, quem describunt. Id ipsum in sequentibus; pro ut opus fuerit, est intelligendum.

PROPOSITIO II.

PROBLEMA.

Planetarum circumsolarium vires centrifugas invenire.

Divisâ mediâ Solis a Terrâ distantiâ in partes æquales 10, earundem partium media Solis a Mercurio distantia proximè continet 4, a Venere 7, a Marte 15, a Jove 52, a Saturno 95, quorum intervallorum acutissimâ comparatione Keplerus mirificâ planè solertiâ invenit cubos distantiarum à Sole proportionales esse quadratis temporum, quibus Planetæ circa Solem convertuntur, eandemque legem a Satellitibus Jovis, & Saturni comitibus postmodum servari compertum est. Stante hujusmodi analogiâ quæruntur Planetarum circumsolarium vires centrifugæ? Dico esse in ratione duplicatâ reciprocâ distantiarum a Sole. Probatur. Assumantur duo quivis Planetæ A, & B puta Venus, & Mercurius, quorum

rum

rum *in fig.* 2. distantiæ a Sole C sint ut 7. ad 4. Erit horum intervallorum ratio triplicata ut 343 ad 64, quæ ex hypothesi æquatur rationi temporum duplicatæ. Ergo tempus periodicum Planetæ A ad tempus periodicum Planetæ B est ut radix quadrata 343 ad radicem quadratam 64 cumque circumferentiæ circulorum sint ut radii, & velocitates quibus circumferentiæ decurruntur sint ut spatia divisa per tempora, erit velocitas A ad velocitatem B ut 7 divisum per radicem quadratam 343, ad 4 divisum per radicem quadratam 64; atque utrinque quadrando erit quadratum velocitatis A ad quadratum velocitatis B ut 49 : 343, ad 16 : 64 sive redactis fractionibus ad minimos terminos ut 1 : 7, ad 1 : 4. Sunt autem *per præcedens problema* vires centrifugæ ut quadrata velocitatum per circulorum diametros divisa. Ergo vis centrifuga Veneris ad vim centrifugam Mercurii ut 1 : 98 ad 1 : 32, sive ut 32 ad 98, & sumptis subduplis ut 16 ad 49 quæ est ratio duplicata reciproca distantiarum.

Corollarium.

Si Planeta ultra motum circa alium centralem revolvatur præterea circa proprium axem vires centrifugæ binorum punctorum quæ assumantur in Planeta circa suum axem revoluto erunt ut distantiæ punctorum assumptorum ab axe. Etenim puncta illa describent eodem tempore circulos perpendiculares axi, & quorum radii erunt distantiæ ab axe. Ergo velocitatum quadrata erunt ut quadrata diametrorum Sed quadrata diametrorum divisa per diametros sunt ut diametri. Ergo velocitatum quadrata divisa per diametros, nempe vires centrifugæ erunt ut diametri, vel sumptis subduplis ut semidiametri sive distantiæ ab axe.

PROPOSITIO III.

PROBLEMA.

Investigare rationem virium centralium in hypothesi Telluris motu annuo, & diurno revolutæ.

Coniungat *in fig.* 3, & 4 recta ST centrum Solis, ac

Terræ,

Terræ, planoque ducto per axem Telluris Pp, & rectam TS, quæ erit axis illuminationis terrestris, repræsentet circulus ABCT meridianum terrestrem. Liquet ab axe illuminationis TS posse constitui angulos rectos *ut in fig. 3*, vel obliquos *ut in 4* cum axe Telluris Pp. Sed quicumque anguli constituantur, si Tellus motu diurno absolvat unam revolutionem circa suum axem Pp, puncta extra axem terrestrem posita, qualia sunt A, & C circulos describent, quorum diametri AB, CD, & *per corollarium probl. 2.* vim centrifugam concipient ab axe Pp in ratione radiorum TA, EC. Huic revolutioni diurnæ accedat annua, qua Telluris centrum T circa Solem S in plano Eclypticæ revolutum orbitam describat spectatis motibus mediis circularem, eadem puncta A, & C novos circulorum arcus circa centrum Solis gignent. Ergo novam vim centrifugam concipient a Sole, & quia ob ingentem Solis a Terra distantiam circulorum radii AS, CS considerari possunt tanquam æquales, & paralleli, etiam vis centrifuga a Sole respectu quorumvis punctorum terrestrium A, & C haberi potest ut constans. Quæritur ratio virtutis centrifugæ diurnæ ad annuam assumpto quovis puncto A, vel C extra axem terrestrem. Dico in æquatore esse ut 6. ad 1.; extra æquatorem ab hac ratione decrescere pro decremento diametri paralleli infra diametrum æquatoris. Probatur. Inæqualium circulorum arcus dissimiles sunt in ratione compositâ radiorum, & minutorum, quibus constant. Ergo assumpto puncto A in æquatore, arcus descriptus tempore unius secundi circa axem Pp ad arcum descriptum circa Solem S erit in ratione composita TA ad AS, vel TS, & minutorum quibus constat motus diurnus ad minuta debita motui annuo pro tempore assumpto. Sed juxta Cl. Cassinum media distantia Solis a Terra est semidiametrorum terrestrium 22000. & motus diurnus debitus uni secundo horario est secundorum 15; motus verò annuus eidem tempori debitus est tertiorum 2, quartorum 28, quantus videlicet est motus medius Solis pro tempore assumpto. Ergo arcus decursus motu diurno ad arcum decursum motu annuo rationem habet compositam ex 1. ad 22000. & 15 secundorum ad 2 tertia, & 28 quarta, sive 54000 ad 148 scilicet rationem 54000 ad 3256000, vel 54 ad 3256, quæ est ratio velocitatis diurnæ ad annuam. Dantur igitur velocitates, quarum quadrata per circulorum descriptorum diametros divisa ex *probl. 1.* detegent rationem virium centralium ut 1458

ad

ad 241, vel 6 ad 1. Rursus assumpto extra æquatorem puncto C *per coroll. probl. 2.* vis centrifuga diurna in C ad vim in A est ut EC ad TA, quæ innotescet faciendo ut TA ad EC ita 6 ad quartum proportionalem, cumque vis centrifuga annua constans assumatur, erit puncti C vis centrifuga diurna ad annuam ut quartus proportionalis inventus ad unitatem.

Corollarium.

Cl. Cassinus jussu regio Terram metitus, unum Terræ gradum hexapedarum 57292. deprehendit. Ergo arcui 15 secundorũ æquatoris terrestris imputabuntur pedes parisien. 1432.3 pro mensura motus diurni sub æquatore terrestri, factisque ut 54 ad 3256, ita 1432.3 ad quartum proportionalem, erit motus annuus tempore unius secundi horarii in systemate motæ Telluris pedum parisien. 86362.38

PROPOSITIO IV.

PROBLEMA.

Pondere circulariter moto velocitate, quam acquirit descendendo ex altitudine subquadrupla diametri, inquirere rationem virtutis centrifugæ ad vim gravitatis, qua descensus inchoatur.

In fig. 5. Descendat pondus ex quiete per verticalem AB subquadruplam diametri CB, & velocitate hoc descensu acquisita convertatur motus rectus in circularem, decurraturque elementum circumferentiæ BD tempore æquali ei, quo vi gravitatis descendendo absolvitur elementum AF spatii AB. Quæritur ratio virtutis centrifugæ ad ponderis gravitatem? Dico vim centrifugam æquari gravitati ponderis expositis conditionibus revoluti. Probatur. Ex motus accelerati legibus, si pondus moveretur ab initio retentâ constanter velocitate, quam acquirit in B quo tempore decurrit AB absolveret spatium duplum, quale est GB: sed ex hypothesi decurrit elementum circumferentiæ BD velocitate quam acquisivit in B: Ergo tempus descensûs per AB ad tempus revolutio-

lutionis per BD est ut GB ad BD : Atqui etiam ex hypothesi tempus revolutionis per BD, æquatur tempori descensus per AF; ergo GB ad BD est ut tempus descensus per AB ad tempus descensus per AF; cumque in motu accelerato spatia ab initio motûs emensa sint in duplicatâ temporum ratione, erit ut quadratum GB ad quadratum BD, ita spatium AB ad spatium AF. Ponatur itaq GB = r, BD = a, AB = r : 2 eritq; AF = aar : 2rr = aa : 2r quæ *per* 1. *probl.* æquatur virtuti centrifugæ. Ergo cum vires motrices sint ut spatia æqualibus temporibus ipsarum impulsu emensa, erit vis centrifuga æqualis gravitati ponderis expositis conditionibus revoluti.

Corollarium.

Cum corpora circumterrestria non alligentur centro Telluris aliquo retinaculo, sed gravitate centrum versus urgeantur, si Tellus circa suum axem rotaretur velocitate majori eâ quam corpora terrestria acquirerent descendendo ex quiete per altitudinem subquadruplam diametri terrestris vis centrifuga prævaleret ipsorum gravitati, atque a centro repellerentur. Sed positâ ratione circumferentiæ ad diametrum quæ 355 ad 113, multiplicando hexapedas uni gradui circuli terrestris debitas, vel pedes parisien. 343752 per 90, erit quadrans circumferentiæ terrestris pedum 30937680, & quia ut circumferentia ad diametrum, ita quadrans circumferentiæ ad quadrantem diametri, multiplicato quadrante invento per 113, & dividendo productum per 355, erit terrestris diametri quadrans pedum 9847768.56, cumq; *per prop. 25. Hugenii*, *De centro oscillationis*, grave uno secundo horario ex quiete descendens absolvat pedes paris. 15. 08, & spatia motu accelerato confecta sint ut quadrata temporum, diviso 9847768. 56 per 15. 08 quotus 653035. 05 erit quadratum temporis cadendo impensi, cujus radix 808 dat minuta secunda horaria, quibus casus absolvitur, & dividendo spatium emensum 9847768. 56 per tempus 808, resultat velocitas media subdupla maximæ pedum 12188, unde velocitas acquisita casu per quadrantem diametri terrestris uno secundo horario apta est absolvere pedes 24376. Ergo velocitate diurnâ nequeunt gravia a centro removeri quod vis centrifuga motus diurni oriatur ex velocitate 1432. 3, & vis centrifuga æqualis gravitati corporum ex velocitate 24376.

PRO-

PROPOSITIO V.

PROBLEMA.

Detegere rationem gravitatis ad vim centrifugam diurnam, atque annuam in Systemate motæ Telluris.

Assumatur primò *in fig.* 3. corpus A sub æquatore, & detegenda sit ratio gravitatis ad vim centrifugam diurnam, atque annuam? Dico pondus A ad vim centrifugam diurnam esse ut 174 ad 6, atque ad annuam ut 174 ad 1. Probatur. Vires centrifugæ in circulis æqualibus sunt in duplicata ratione velocitatum. Ergo vis centrifuga diurna ad gravitatem ponderis A *per coroll.* 3. *&* 4. *probl.* est in duplicata ratione 1432. 3 ad 24376: sed dividendo quadratum consequentis per antecedentem prodit 41485, quo diviso per 1432. 3 resultat 28.96 sive 29. Ergo vis centrifuga diurna ad pondus A est ut 1 ad 29, vel sumptis sextuplis ut 6 ad 174. Cumque *ex probl.* 3. annua ad diurnam sit ut 1. ad 6. erit annua ad pondus assumptum ut 1. ad 174. Assumatur secundò corpus C extra æquatorem. Dico pondus ad vim centrifugam diurnam esse ut 174 ad quartum proportionalem post TA, EC & 6; ad annuam verò in ratione prius inventa. Probatur. *Per coroll. probl.* 2. vis centrifuga diurna in C ad vim in A est ut EC ad TA, atque *ex modò ostensis* gravitas ad vim centrifugam diurnam in A ut 174 ad 6: Ergo gravitas ad vim centrifugam diurnam in C ut 174 ad quartum proportionalem post TA, EC, & 6. Cumque vis centrifuga annua constans assumatur, erit ratio gravitatis ad vim centrifugam annuam in C eadem quæ in A.

Corollarium.

Non sunt hîc confundendæ quantitates virium agentium cum ipsarum momentis, quæ diversa sunt pro diversitate inclinationum per quas agunt, *ut in fig.* 3 respectu ponderis A tam gravitas, quàm vis centrifuga diurna, atque annua agunt per directionem verticalem TA: at respectu ponderis C gravitas agit per directionem verticalem CT, vires autem centri-

trifugæ diurna, atque annua per directionem inclinatam EC. Quare si ponderis in A collocati gravitas absoluta ponatur divisa in partes æquales 174, vis centrifuga diurna auferet partes 6 actione à T versus A, & vis centrifuga annua addet 1. actione ab S versus A: Ergo gravitas relativa qua pondus aget versus T erit 174 − 6 + 1 = 169. Sed si idem pondus transferatur in C, sitque TA ad EC ratio 5. ad 4. erit *ex mechanicis* momentum ponderis C secundum CT ad momentum secundum CE ut CT, vel TA ad CE. Quare factis ut 5. ad 4, ita 174 ad 139. 2, hoc erit momentum ponderis C secundum lineam CE, & rursus factis ut 5. ad 4., ita 6 ad 4.8 hæc erit vis centrifuga ab E. Ergo gravitas relativa ponderis C secundũ directionẽ obliquã CE erit 139.2 − 4.8 + 1. = 135.4

Denique factis ut 4 ad 5, ita 135. 4 ad quartum proportionalem 169. 25, erit hæc gravitas relativa ponderis C secundum verticalem CT, unde momentum ejusdem ponderis majus est in C quàm in A. Ex quo assertores Terræ motæ coguntur admittere maria altiùs attolli sub æquatore, quam extra lineam æquinoctialem ad æquilibrium aquarum conciliandum. Eâdem de causâ suspenso pondere ex librâ elastica tubo cylindrico inclusa, pondus ad eandem altitudinem consistere non deberet interdiu, noctuque, ob inæquales compressiones spiræ chalybeæ a pondere, cujus momentum variatur pro diversa inclinatione virium centralium ad lineam verticalem.

PROPOSITIO VI.

THEOREMA.

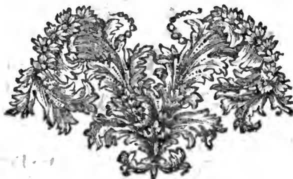
Telluris motæ Systema ex phænomenis impugnare.

Assumantur *in fig. 3.* bina æqualia pondera in A, & B, quorum gravitas absoluta divisa concipiatur in partes æquales 174. Vi centrifuga diurna impelletur A versus S, & vi centrifuga annua versus T: Sed *per probl. 5.* gravitas ad vim centrifugam diurnam est ut 174 ad 6, & diurna ad annuam ut 6. ad 1: Ergo ex binis viribus centrifugis directè oppositis orietur vis centrifuga a T ut 5, cui renitetur gravitas absoluta ponderis A elisis partibus 5 suæ gravitatis, adeòque relinquetur ponderi A gravitas relativa partium 169. At in loco B quo-

B quoniam vis centrifuga ab S eſt pariter vis centrifuga a T, renitetur pondus B vi centrifugæ a T partibus 6, & vi centrifuga ab S parte 1. ſuæ gravitatis ita, ut relinquatur ponderi B gravitas relativa partium 167 elisis partibus 7. gravitatis abſolutæ. Non ergo A æquiponderat, ſed præponderat ipſi B. Idem diſcurſus inſtituitur de binis quibuſuis æqualibus ponderibus æquidiſtantibus a centro T, & poſitis in recta SB. Idem pro portionali modo oſtenditur de ponderibus æqualibus C, & D, reliquiſque poſitis in SD, atque adeò de omnibus corporibus exiſtentibus in hemiſphærio illuminato reſpectu exiſtentium in hemiſphærio obſcurato. Ergo hemiſphærium illuminatum præponderabit obſcurato, atque ambo ſimul a Sole in infinitum recedent contra phænomena. Quare Tellus revolutione diurna circa axem proprium, atq; annua circa Solem nequaquam movetur.

Corollarium.

Poſita Mercurii altitudine in barometris pollicum pariſienſium 28. pro pondere athmoſphęræ, ſi Tellus circa Solem, & proprium axem converteretur, pondus athmoſphærę in meridie ad pondus in mediâ nocte, ſub ęquatore ſe haberet ut 169. ad 167. Ergo factis ut 169. ad 167. ita pollices pariſien. 28, ſive lineę 336 ad quartum 332. altitudo Mercurii in media nocte ab altitudine in meridie decreſceret tertia parte pollicis pariſienſis. Extra ęquatorem verò parte proportionali invenienda ex dictis in *Corollario probl.* 5.



5 4 3 2 1 6 1 7 1 210 5 4 3 2 1 6

42 $\frac{6}{42}$ 2·2 $\frac{2}{2}$ 6 2 466 $\frac{4}{20}$ 20 $\frac{2}{2}$ $\frac{4}{20}$

210 $\frac{5}{210}$ 3·3 $\frac{3}{6}$ 42 2 22 35 $\frac{3}{60}$ 60 $\frac{3}{6}$ 22

840 $\frac{4}{840}$ 4·4 $\frac{4}{24}$ 840 2·44 121 $\frac{4}{24}$

2520 $\frac{3}{2520}$ 5·5 $\frac{5}{120}$ 2235 2 $\frac{2}{120}$ 121 322 $\frac{5}{120}$

5040 $\frac{2}{5040}$ 6·6 $\frac{6}{720}$ 35 21 2520 21 $\frac{1}{121}$

3632 $\frac{1}{5040}$ $\frac{7}{5040}$ 21 1200 12

5040 7 · 1

13692 $\frac{120}{7}$ 5040 720 1 2 4 8 16 31

1 2 4 8 16 32 64 128

1 ·· 1ζ ·· 2ζ − 1 = 24 ··

1 ·· 1ζ4 = 24

2 1 1ζ 24 1ζ + 1 $\frac{1ζ^1}{24ζ^1}$ ∼ 24

$\frac{2}{2}$ 10 ·· 3 = 120 ·· 1ζ 7 6 5 4 3 2 1 123 ·· 1ζ

$\frac{3}{6}$ 360 ∼ 10ζ^1 1 ·· 5039 1 $\frac{12}{24}$

$\frac{4}{24}$ 10 ·· 3 = $\frac{120 ·· 1ζ}{1ζ^1}$ ad

ag be ef

10ζ ∼ 360 af bg cd

ae bf cg

+1ζ 10ζ² ∼ 360ζ^1 1ζ ∼ 36 6.

1ζ

7 = 1ζ ·· 10 − 1ζ

3ζ^1 ∼ 100 − 1ζ 1ζ + 1 = 24 ·· 24ζ 24 1ζ + 124 ··

24ζ 3 4 6 6

12 48

· ζ ·· 24 ·· 120 24ζ ∼ 144 24 124 9 . 36

− 1ζ $\frac{5}{120}$ 10 ·· 1ζ ·· 1ζ ·· 10ζ 1ζ 24 1ζ − 1

$\frac{10 − 1ζ}{100 − 10ζ^1}$ 17ζ^1 ∼ 10ζ 1 ·· 1ζ + 24

27ζ^1 ∼ 10ζ

1 ·· 24 ·· 5 ·· 12

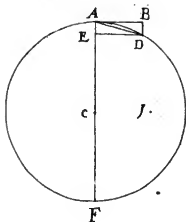
24 ·· 1 120 · 5 1ζ^1 $\frac{120}{1ζ^1}$ 1 ·· 1ζ + 1 = 24 ··

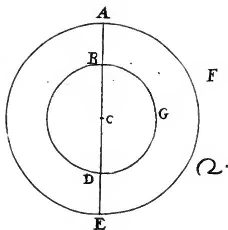
1ζ + 1

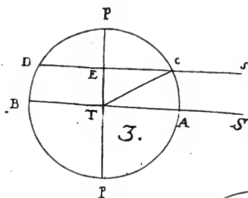
·· 5049 = $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}$ 10 ·· 3 = $\frac{120 ·· 1ζ^1}{1ζ^1}$ 24ζ + 24

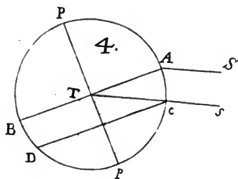
25ζ + 24 ∼ 124

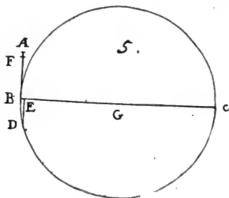
100 − 10ζ 100 360 ∼ 10ζ² 25ζ


A
B
E
D
C
1.
F


A
B
F
C
G
D
2.
E


P
D
C
S
E
B
T
A
S
3.
P


P
4.
A
S
T
C
S
B
D
P


A
5.
F
B
E
G
C
D

Indice


BIBLIOTECA NAZ
ROMA
VITTORIO EMANUELE